

文章编号:1000-8055(2013)02-0466-07

固体推进剂药柱不确定结构分析及方法比较

刘冬青, 孙 冰, 张建伟

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

摘 要: 针对复合固体推进剂力学性能参数的不确定性对固体火箭发动机药柱结构分析的影响, 使用软件 ANSYS parametric design language (APDL) 建立了受固化降温载荷和压力载荷联合作用下药柱结构的参数化有限元模型。在此基础上, 分别应用蒙特卡洛法和响应面法, 研究了复合固体推进剂热膨胀系数与初始泊松比的随机分布对药柱结构有限元分析的影响, 并对两种方法得到的概率分析结果进行了对比。结果表明: 复合推进剂热膨胀系数和初始泊松比微小的变化会对结构分析结果产生较大的影响; 药柱结构响应初始泊松比更为敏感。在药柱结构有限元分析时考虑推进剂力学性能参数的不确定性十分必要。通过对两种不确定结构分析方法的比较发现, 响应面法得到的分析结果与蒙特卡洛法得到的分析结果十分接近, 且分析效率远高于蒙特卡洛法。

关 键 词: 复合固体推进剂; 不确定结构分析; 热膨胀系数; 泊松比; 蒙特卡洛法; 响应面法

中图分类号: V435⁺. 13

文献标志码: A

Uncertain structural analysis of solid propellant grain and comparison of the methods

LIU Dong-qing, SUN Bing, ZHANG Jian-wei

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,
Beijing 100191, China)

Abstract: Concerning the influence of uncertainty in composite solid propellant's mechanical properties on structural analysis of solid rocket motor (SRM) grain, the parameterized finite element model of SRM grain under temperature and pressure loading is constructed through ANSYS parametric design language (APDL). On that basis, the influence of random distribution of composite solid propellant's thermal expansion coefficient and initial Poisson's ratio on finite element structural analysis of SRM grain is studied with Monte-Carlo method and response surface method. Results of the two different methods are compared. The results show that small changes in composite solid propellant's thermal expansion coefficient and initial Poisson's ratio cause relatively great influence on the results of structural analysis and the structural responses of the propellant grain are more sensitive to initial Poisson's ratio. So, uncertainty in composite solid propellant's mechanical properties should be considered during finite element structural analysis of SRM grain. It is indicated by the comparison of this two kinds of methods that response surface method can give approximately the same results as those from Monte-Carlo method and is greatly more efficient than Monte-Carlo method.

收稿日期: 2012-03-06

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130131.0829.201302.466_031.html

作者简介: 刘冬青(1985—), 男, 湖北武汉人, 博士生, 研究方向为固体火箭发动机结构分析。

Key words: composite solid propellant; uncertain structural analysis; thermal expansion coefficient; Poisson's ratio; Monte-Carlo method; response surface method

由于制造、工艺、测量、贮存和环境等多方面的原因,固体推进剂药柱结构分析中药柱结构尺寸、载荷及材料性能严格来说都具有一定程度的不确定性^[1].参数的分散性会对药柱结构完整性乃至贮存寿命产生不同程度的影响.因此,有必要建立和发展固体推进剂药柱结构分析的“不确定性模型”,以便能考虑各类随机因素的影响.已被用于进行固体推进剂药柱不确定结构分析的方法包括:随机有限元法、蒙特卡洛结合有限元法及响应面法等.与随机有限元法不同,后两种方法能够直接利用基于确定性物理模型的有限元分析程序,因而在实际工程中得到广泛应用^[2].

Akpan 等^[3]较早使用1阶可靠度方法和蒙特卡洛法计算了贮存环境应力作用下导弹结构的瞬时可靠度.其研究充分考虑了随贮存时间变化的环境温度、固体推进剂性能(热膨胀系数、平衡模量)和结构极限强度的不确定性.但由于研究对象几何结构简单,极限状态方程中的应力函数由理论公式得到.因此,其研究方法具有一定的局限性.张书俊和田四鹏等^[4-5]先后分别使用响应面法和蒙特卡洛结合有限元法对点火过程中的固体推进剂药柱进行了不确定结构分析.他们的研究中考虑的随机参数包括固体推进剂初始泊松比和松弛模量参数等.

实际工程中,固体推进剂药柱从浇注到点火工作的整个过程中,所受到的几种载荷是联合作用的^[6].因此,对各载荷联合作用下的药柱结构进行不确定结构分析是必要的.另外使用基于统计理论的概率分析方法进行不确定性结构分析时,必须解决有限元模型参数化建模问题. APDL 可实现黏弹性材料结构参数化建模及自动重复有限元计算^[7],从而为固体推进剂药柱不确定结构分析提供了有力工具.

本文使用 APDL 对受固化降温载荷和压力载荷联合作用下的药柱结构分析问题进行了参数化建模.分别应用蒙特卡洛结合有限元法和响应面法进行了不确定结构分析,比较了固体推进剂初始泊松比与热膨胀系数对分析结果的影响.并对两种方法得到的概率分析结果进行了较为全面对比.

1 发动机参数化建模

1.1 几何模型及网格

发动机由壳体、绝热层和六角星形药柱构成.假设发动机长径比较大,可采用平面应变模型计算.考虑发动机几何构型和受载的对称性,取其规则段横截面的1/12建模,如图1所示.几何参数包括^[8]:壳体厚度 δ_c 、绝热层厚度 δ_s 、药柱外径 D 、肉厚 e_1 、特征尺寸 l 、星角数 n 、星槽圆弧半径 r_1 、星边夹角 θ 、星角系数 ε 及星根圆弧半径 r_2 .图1中各关键点坐标均可由以上10个几何参量计算得到,进而使用 APDL 进行参数化几何建模.图2所示为用于有限元计算的网格.网格单元为八节点等参单元.

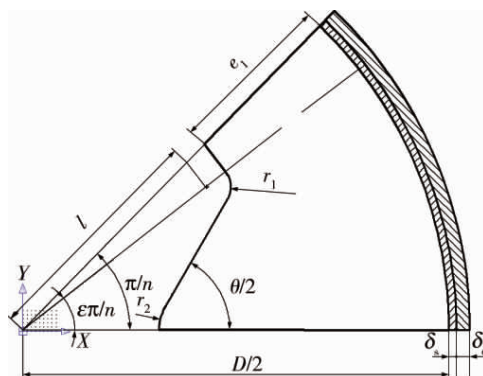


图1 星形药柱截面几何参数

Fig.1 Geometric parameters of the cross section

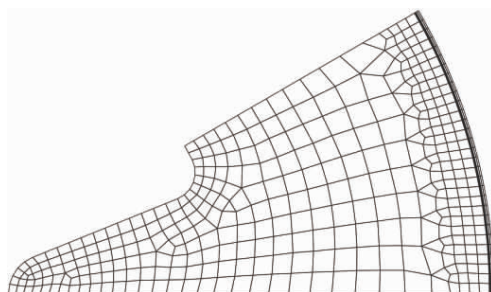


图2 有限元分析网格

Fig.2 Grid for finite element analysis

1.2 材料参数定义

假设壳体材料为线弹性材料,绝热层和固体推进剂均为线黏弹性材料.当采用广义麦克斯韦模型描述黏弹性材料时,可使用 Prony 级数表示

剪切松弛模量和体积松弛模量^[9]

$$G(t) = G_0 - \sum_{i=1}^{N_G} G_i (1 - e^{-\frac{t}{\tau_i^G}}) \quad (1)$$

$$K(t) = K_0 - \sum_{i=1}^{N_K} K_i (1 - e^{-\frac{t}{\tau_i^K}}) \quad (2)$$

式中 G_0 和 K_0 分别为初始切变模量和初始体积模量. 初始拉伸模量 E_0 , 初始泊松比 μ_0 与 G_0 或 K_0 满足如下关系

$$E_0 = 2G_0(1 + \mu_0) = 3K_0(1 - 2\mu_0) \quad (3)$$

计算中忽略快速增压过程中固体推进剂体积模量随时间的变化, 定义线黏弹性材料属性时只对剪切松弛模量进行设置. 同时假设绝热层和固体推进剂为热流变简单材料, 利用时间-温度等效原理考虑变温黏弹性问题. 此时, 使用 WLF 方程 (Williams-Landel-Ferry equation) 计算时间-温度移位因子.

1.3 结构响应计算

计算过程分为 2 个阶段. 第 1 阶段发动机由固化温度 50°C 历时 40h 线性降至环境温度 20°C ; 第 2 阶段开始发动机立即点火, 内压经 0.3s 线性增至 6.68 MPa, 其后内压保持不变. 压力加载时间为 2s, 考虑增压过程为准静态过程.

固体推进剂药柱在整个计算过程中先后受到温度和压力两种载荷. 根据文献^[10-11]的研究, 这里选择推进剂的热膨胀系数 (ALPHA) 与点火阶段推进剂初始泊松比 (MU) 这 2 个对计算结果影响较大且具有一定分散性的材料参数作为随机输入变量. 另外, 在温度和内压作用下, 通常采用八面体剪应变准则来评估无缺陷药柱的结构完整性, 而 Von Mises 应变准则与八面体剪应变准则本质上是等效的^[12]. ANSYS 软件后处理模块可以方便地给出特定时刻结构的 Von Mises 应变分布, 故本文以计算过程中结构危险点最大 Von Mises 应变 (EPELEQV_116) 作为随机输出变量.

2 概率分析方法

本文分别采用基于拉丁超立方抽样的蒙特卡洛法与基于中心合成设计的响应面法对受固化降温载荷和压力载荷联合作用下的药柱结构进行了不确定结构分析. 2 种概率分析方法的简要介绍如下.

2.1 基于拉丁超立方抽样的蒙特卡洛法

蒙特卡洛法又称为随机抽样法、概率模拟法或统计试验法. 该方法是通过随机模拟和统计试

验来求解结构可靠性的近似数值方法. 蒙特卡洛法适用面广, 并且只要建模准确, 模拟次数足够多, 所得结果就可认为是可信的.

与直接蒙特卡洛抽样相比, 拉丁超立方抽样 (LHS) 避免了重复抽样, 从而减少了样本数目. 该方法能够在不改变抽样均值和方差的情况下大幅度提高计算效率, 因而更适用于求解结构的随机响应. 拉丁超立方抽样的基本原理如下^[13].

$Y\{Y_i, i=1, 2, 3, \dots, K\}$ 为 K 维独立随机变量, F_{Y_i} 是 Y_i 的累计分布函数, 其定义如下:

$$F_{Y_i}(y_i) = P\{Y_i \leq y_i\} \quad (4)$$

$U_{iN \times 1}$ 是 $[0, 1]$ 区间上的随机数, $P_{iN \times 1}$ 是 $\{1, 2, 3, \dots, N\}$ 的随机排列, $Z_{iN \times 1}$ 是 Y 的 N 个样本, 那么可以直接给出

$$Z_i = F_{Y_i}^{-1}\left(\frac{P_i - U_i}{N}\right) \quad (5)$$

2.2 基于中心合成设计的响应面法

响应面法是选用一个适当的、可以明确表达的函数来近似代替不能明确给出的功能函数. ANSYS 使用二次函数近似表达随机输入变量与随机输出变量之间的关系

$$g(X) = c_0 + \sum_{i=1}^N c_i X_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=i}^N c_{ij} X_i \cdot X_j \quad (6)$$

并对一系列样本点上的函数值进行回归分析, 以确定二次函数中的各项系数 (c_0, c_i 和 c_{ij}). 从而获得一个近似代替功能函数的“响应面”.

响应面法的精度是由响应面的形式及取样点的点位确定的. 本文采用 ANSYS 自带的中心合成设计抽样法 (CCD) 确定取样点的分布. 中心合成设计抽样包括 1 个中心点、 $2N$ 个轴线点和 2^{N-f} 个阶乘点 (样本空间中 N 维超立方体顶点). 这里 N 为随机输入变量个数, f 为阶乘部分的分数因子. 分析中只涉及 2 个随机输入变量, 没有必要通过增大 f 来限制取样点数量, 并采用包含交叉项的二次多项式拟合响应面. 因此, 待定的多项式系数为 6 个, 取样点为 9 个.

3 计算结果及分析

考虑到随机参数的实际物理意义, 假设两随机输入变量均服从截断型高斯分布. 推进剂热膨胀系数预设均值为 6.3×10^{-5} , 非截断标准差为 1.0×10^{-6} , 截断上限和下限分别为 6.5×10^{-5} 和 6.1×10^{-5} . 点火阶段推进剂初始泊松比预设均值为 0.498, 非截断标准差为 5.0×10^{-4} , 截断上限

和下限分别为 0.499 和 0.497.

3.1 蒙特卡洛法分析结果

文献[5]的研究显示拉丁超立方抽样 300 次后随机输入变量均值精度和方差精度已经能够满足精度要求. 而文献[4,14]均采用样本量为 500 的基于拉丁超立方抽样的蒙特卡洛法来验证他们各自提出的概率分析方法. 为检验样本量对概率分析结果的影响, 本文对随机输入参数组分别进行了样本量为 300,500 和 1000 的拉丁超立方抽样,并以此为基础完成相应的有限元仿真. 图 3 (由于样本量为 500 和 1000 的抽样结果曲线差别很小,故省去后者)和图 4 分别给出了 3 次抽样过程中 MU 的均值和标准差随抽样次数的变化情况,图 5 为 1000 次拉丁超立方抽样并完成相应的有限元仿真后统计得到的随机输出变量的直方图.

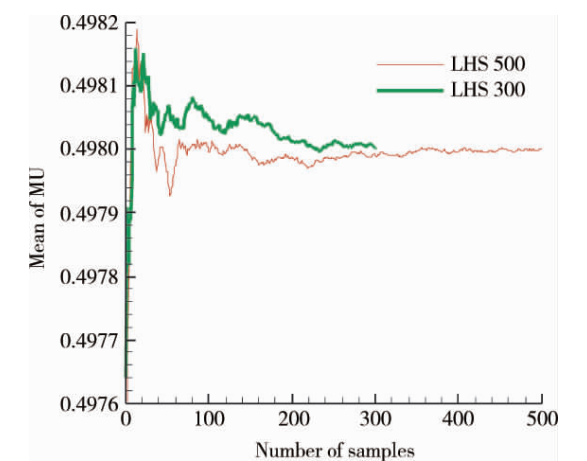


图 3 MU 均值随样本数目变化
Fig. 3 Mean of MU variation with number of samples

通过图 3 可以看到,拉丁超立方抽样超过 250 次后,MU 的均值趋于平稳. 而通过观察图 4 中的 3 条曲线可知,MU 的标准差收敛相对缓慢,

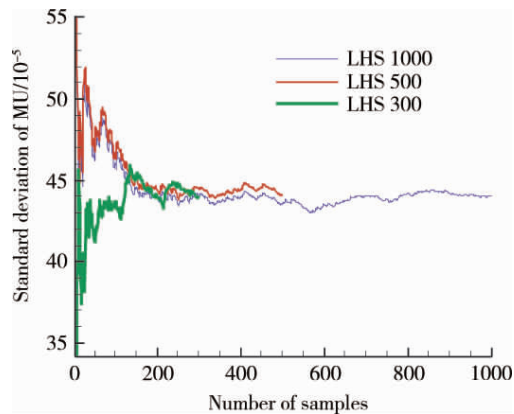


图 4 MU 标准差随样本数目变化
Fig. 4 Standard deviation of MU variation with number of Samples

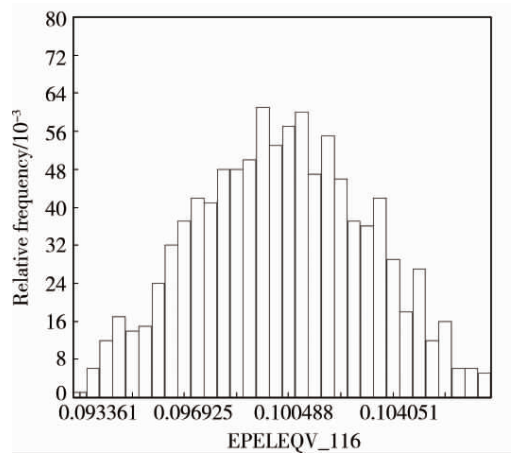


图 5 1000 次 LHS 抽样 EPELEV_116 直方图
Fig. 5 Histogram of LHS (1000 samples)

抽样接近 500 次时仍会出现小范围的上下波动,抽样超过 800 次后才趋于平稳. 由图 5 可知,当随机输入变量服从截断型高斯分布时,随机输出变量也近似服从截断型高斯分布. 随机输入和输出变量统计结果见表 1 和表 2. 表 3 给出了随机输入输出变量间的 Spearman 等级相关系数.

表 1 随机输入变量统计结果
Table 1 Statistical results of random input variables

参数名	LHS 300		LHS 500		LHS 1000	
	MU	ALPHA	MU	ALPHA	MU	ALPHA
均值	0.4980	6.2998×10^{-5}	0.4980	6.3000×10^{-5}	0.4980	6.3000×10^{-5}
标准差	4.4059×10^{-4}	8.8060×10^{-7}	4.4029×10^{-4}	8.8036×10^{-7}	4.3998×10^{-4}	8.8006×10^{-7}
最小值	0.4970	6.1007×10^{-5}	0.4970	6.1029×10^{-5}	0.4970	6.1003×10^{-5}
最大值	0.4990	6.4957×10^{-5}	0.4990	6.4973×10^{-5}	0.4990	6.4995×10^{-5}

表 2 随机输出变量统计结果

Table 2 Statistical results of random output variable

	LHS 300	LHS 500	LHS 1000
均值	0.099 415	0.100 25	0.100 25
标准差/ 10^{-3}	2.9406	2.9168	2.9114
最小值/ 10^{-2}	9.2905	9.3917	9.3361
最大值	0.106 21	0.107 38	0.107 17

表 3 Spearman 等级相关系数 (LHS)

Table 3 Spearman's rank correlation coefficient (LHS)

Output/Input	MU	ALPHA
EPELEQV_116(300)	-0.985	0.274
EPELEQV_116(500)	-0.984	0.174
EPELEQV_116(1000)	-0.985	0.162

由表 1 中的统计结果可知, 3 次抽样得到的随机输入变量的均值及标准差之间的差别很小(均在 1% 以内). 而由表 2 中的统计结果可知, 分别对应于样本量为 500 和 1000 的随机输出变量的均值及标准差的差别较小, 但均与对应于样本量为 300 的随机输出变量的均值及标准差存在一定的差异(1% 左右). 另外, 综合表 1 和表 2 可以看到, 推进剂热膨胀系数和点火阶段推进剂初始泊松比微小的变化会对结构分析结果产生较大的影响: 随机输出变量的变异系数接近 0.03, 最小值与最大值之间相差达到 15%. 而实际情况中, 对于高填充复合固体推进剂, 其初始泊松比可能低于 0.45(随固体填充比的增加而减少)^[15]. 可见, 充分考虑发动机各种材料的性能参数的分散性对结构完整性的影响是必要的.

3.2 响应面法分析结果

如 2.2 节所述, 9 个随机输入变量样本点确定后进行相应的有限元仿真, 便得到 9 个随机输出变量的值. 之后, 根据这 9 组随机输入输出变量的值采用向前逐步回归法(FSR)拟合响应面, 并用拟合得到的响应面函数代替有限元模型进行 50 000 次随机抽样. 表 4 给出了随机输入输出变量的抽样统计结果. 表 5 则给出了随机输入输出变量间的 Spearman 等级相关系数. 图 6 为 EPELEQV_116 统计直方图.

通过表 4 可以看到, 由于在响应面上抽样次数达到 50 000, 统计得到的 MU 和 ALPHA 各自的最小最大值均分别达到了抽样前预设的各自的

分布上下限. 相应得到的 EPELEQV_116 的分布范围较之表 2 中的更广. 而表 5 中计算数据体现的随机输入输出变量间的相关性与使用蒙特卡洛法得到的统计结果一致. 另外, 较之图 5, 图 6 给出的 EPELEQV_116 统计直方图体现出更为明显的截断型高斯分布特性.

表 4 随机抽样统计结果

Table 4 Statistical results of random sampling

参数名	MU	ALPHA	EPELEQV_116
均值	0.4980	6.3000×10^{-5}	0.100 25
标准差	4.3982×10^{-4}	8.7963×10^{-7}	2.9029×10^{-3}
最小值	0.4970	6.1000×10^{-5}	9.2656×10^{-2}
最大值	0.4990	6.5000×10^{-5}	0.107 79

表 5 Spearman 等级相关系数 (CCD)

Table 5 Spearman's rank correlation coefficient (CCD)

Output/Input	MU	ALPHA
EPELEQV_116	-0.985	0.159

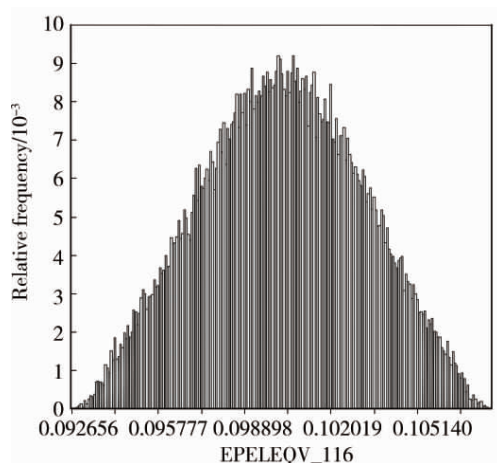


图 6 50 000 次随机抽样 EPELEQV_116 直方图

Fig. 6 Histogram of random sampling
(50 000 samples)

3.3 蒙特卡洛法与响应面法的比较

对于蒙特卡洛法而言, 只有当样本量足够大时, 分析结果才可靠. 但由于蒙特卡洛法的广泛适用性, 常被用于对其他方法的准确性进行检验. 结合表 1、表 2 和表 4 可以看到, 由响应面法得到的统计结果与由蒙特卡洛法(样本量为 1 000)得到的统计结果符合得更好. 而通过表 3 和表 5 可以看到, 由响应面法得到的随机输入变量与输出变量间的 Spearman 等级相关系数与由蒙特卡洛法

(样本量为 1000)得到的相应值非常接近。

通过以上比较可以看到,对于本文建立的分析模型,当样本量足够大时,基于拉丁超立方抽样的蒙特卡洛法与响应面法得到的概率分析结果差别较小。为进一步说明这一点,从随机输出变量的分布范围内选取 3 个值,分别统计出由不同样本量的蒙特卡洛法及响应面法得到的随机输出变量小于这 3 个值的概率,统计结果见表 6。

表 6 随机输出变量概率分布特征

Table 6 Probability distribution characteristic of random output variable

概率 分析方法	$P(\text{EPELEQV}_{116} < Y)$		
	$Y =$	$Y =$	$Y =$
	9.50×10^{-2}	1.00×10^{-1}	1.05×10^{-1}
LHS 300/%	7.671	56.355	97.457
LHS 500/%	4.108	47.057	95.032
LHS 1000/%	3.915	47.102	94.522
CCD/%	3.421	46.699	94.654

由表 6 可知,使用响应面法进行分析时,得到的 EPELEQV_{116} 小于 10.0% 和 10.5% 的概率与由蒙特卡洛法(样本量为 1000)得到的相应值符合较好,但分别由两种方法得到的 EPELEQV_{116} 小于 9.50% 的概率值则存在一定差别。这应与响应面法的取样点位及响应面函数拟合精度有关。另外,由表 6 可明显看出,使用基于拉丁超立方抽样的蒙特卡洛法进行概率分析时,对应于样本量为 300 的 3 个概率值均高于对应于样本量为 1000 的相应值,特别是对于 EPELEQV_{116} 小于 9.50% 的概率,2 个统计值相差接近一倍。

分析效率方面,由于在得到响应面函数之后不再进行复杂的有限元仿真,响应面上的抽样统计过程在数秒内完成。而在相同软硬件条件下,使用基于拉丁超立方抽样的蒙特卡洛法(样本量为 1000)进行药柱不确定分析约需 24 h。

4 结 论

1) 复合推进剂热膨胀系数和点火阶段推进剂初始泊松比的微小变化会对受固化降温载荷和压力载荷联合作用下的药柱结构分析结果产生较大的影响。当两个材料参数满足给定的随机分布时,初始泊松比对分析结果的影响更大。

2) 对于本文建立的不确定分析模型,只有当样本量足够大时(大于 500),基于拉丁超立方抽

样的蒙特卡洛法才能给出较为准确的分析结果。

3) 对于复杂的大型黏弹性不确定结构分析,在可以接受的误差范围内,应考虑使用响应面法,以提高分析效率。

参考文献:

- [1] 张海联. 固体火箭发动机药柱的粘弹性不确定结构分析[D]. 长沙:国防科技大学,2002.
ZHANG Hailian. Viscoelastic uncertain structural analysis of solid rocket motor grain[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2002. (in Chinese)
- [2] 桂劲松,康海贵. 结构可靠度分析的响应面法及其 Matlab 实现[J]. 计算力学学报,2004,21(6):683-687.
GUI Jinsong, KANG Haigui. Response surface method for structural reliability analysis and its realization with Matlab[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2004, 21(6):683-687. (in Chinese)
- [3] Akpan U O, Wong F C. The role of probabilistic sensitivity analysis in assessing the service life of solid rocket motors[R]. AIAA 2002-1714, 2002.
- [4] 张书俊,任钧国,吴志桥. 固体火箭发动机药柱点火过程结构可靠性的响应面法[J]. 固体火箭技术,2006,29(6):404-411.
ZHANG Shujun, REN Junguo, WU Zhiqiao. Reliability analysis of solid rocket motor grains with response surface methodology[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2006, 29(6):404-411. (in Chinese)
- [5] 田四鹏,唐国金,李道奎,等. 固体推进剂三维粘弹性 Monte-Carlo 随机有限元法[J]. 强度与环境,2007,34(2):51-57.
TIAN Sipeng, TANG Guojin, LI Daokui, et al. Three-dimensional viscoelastic Monte-Carlo stochastic FEM for solid propellant[J]. Structure & Environment Engineering, 2007, 34(2):51-57. (in Chinese)
- [6] 陈汝训. 固体火箭发动机设计与研究(上)[M]. 北京:中国宇航出版社,2005.
- [7] 博弈创作室. APDL 参数化有限元分析技术及其应用实例[M]. 北京:中国水利水电出版社,2006.
- [8] 王光林,蔡峨. 固体火箭发动机设计[M]. 西安:西北工业出版社,1994.
- [9] Imaoka S. Analyzing viscoelastic materials[J]. ANSYS Advantage, 2008, 2(4):46-47.
- [10] 蒙上阳,唐国金,雷勇军. 材料性能对固体发动机结构完整性的影响[J]. 国防科技大学学报,2002,24(5):10-15.
MENG Shangyang, TANG Guojin, LEI Yongjun. Effects of solid rocket motor material properties on the structural integrity[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2002, 24(5):10-15. (in Chinese)
- [11] ZHU Hongda, ZHOU Ronghua. Poisson ratio effect on stress behavior of propellant grains under ignition loading[J]. Journal of Propulsion and Power, 2011, 27(3):662-227.

- [12] Kazimi S M A. Solid Mechanics[M]. India: Tata McGraw-Hill Education, 2001.
- [13] Kyriakidis P C. Sequential spatial simulation using Latin hypercube sampling[J]. Quantitative Geology and Geostatistics, 2005, 14(1): 65-74.
- [14] 田四鹏. 固体火箭发动机药柱三维粘弹性响应面随机有限元分析[J]. 固体火箭技术, 2010, 33(1): 17-20.
- TIAN Sipeng. Three-dimensional viscoelastic response surface stochastic finite element analysis on solid rocket motor grain[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2010, 33(1): 17-20. (in Chinese)
- [15] 郝松林. 高填充复合推进剂的初始粘弹性泊松比[J]. 固体火箭技术, 1996, 19(4): 46-50.
- HAO Songlin. Initial viscoelastic poisson ratio of high-filled composite propellants[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 1996, 19(4): 46-50. (in Chinese)